Part C :第 22 题 探究操作

【海淀】

22. 问题：如图 1，a、b、c、d 是同一平面内的一组等距平行线（相邻平行线间的距离为 1）．画出一个正方形 $ABCD$，使它的顶点 A、B、C、D 分别在直线 a、b、d、c 上，并计算它的边长．



图 1

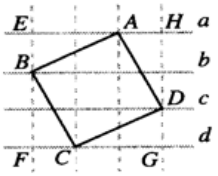


图 2

小明的思考过程：

他利用图 1 中的等距平行线构造了 3×3 的正方形网格，得到了辅助正方形 $EFGH$，如图 2 所示，再分别找到它的四条边的三等分点 A、B、C、D，就可以画出一个满足题目要求的正方形．

请回答：图 2 中正方形 $ABCD$ 的边长为_____．

请参考小明的方法，解决下列问题：

(1) 请在图 3 的菱形网格（最小的菱形有一个内角为 60°，边长为 1）中，画出一个等边 $\triangle ABC$，使它的顶点 A、B、C 落在格点上，且分别在直线 a、b、c 上；

(2) 如图 4，l_1、l_2、l_3 是同一平面内的三条平行线，l_1、l_2 之间的距离是 $\frac{21}{5}$，l_2、l_3 之间的距离是 $\frac{21}{10}$，等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在 l_1、l_2、l_3 上，直接写出 $\triangle ABC$ 的边长．

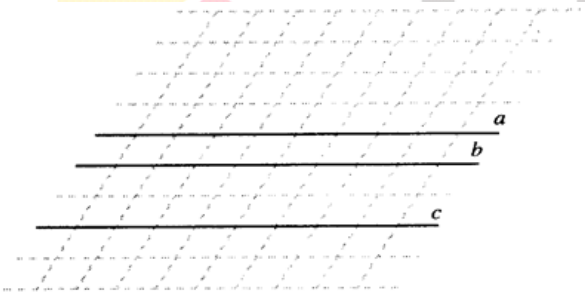


图 3

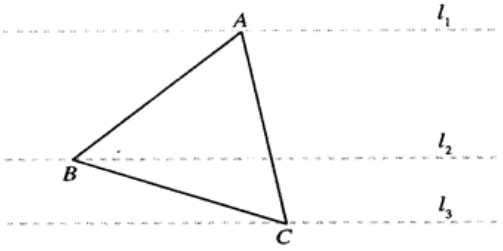
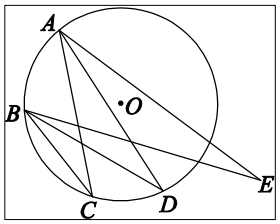


图 4

【西城】

22．先阅读材料，再解答问题：



小明同学在学习与圆有关的角时了解到：在同圆或等圆中，同弧（或等弧）所对的圆周角相等．如图，点 A、B、C、D 均为⊙O 上的点，则有$\angle C=\angle D$．

小明还发现，若点 E 在⊙O 外，且与点 D 在直线 AB 同侧，则有$\angle D>\angle E$．

请你参考小明得出的结论，解答下列问题：

(1) 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为$(0, 7)$，点 B 的坐标为$(0, 3)$，点 C 的坐标为$(3, 0)$．

①在图 1 中作出$\triangle ABC$的外接圆（保留必要的作图痕迹，不写作法）；

②若在 x 轴的正半轴上有一点 D，且$\angle ACB=\angle ADB$，则点 D 的坐标为_____；

(2) 如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为$(0, m)$，点 B 的坐标为$(0, n)$，其中 $m>n>0$．点 P 为 x 轴正半轴上的一个动点，当$\angle APB$ 达到最大时，直接写出此时点 P 的坐标．

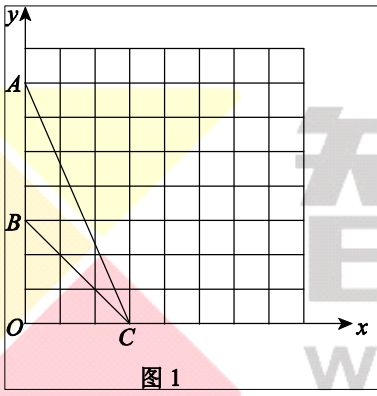


图 1

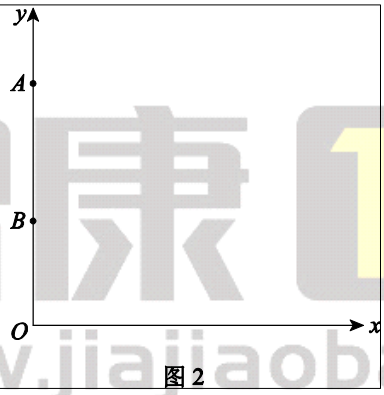


图 2

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【东城】

22. 如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中，AB=4cm，$\angle ABC$=120°，按下列步骤进行裁剪和拼图：

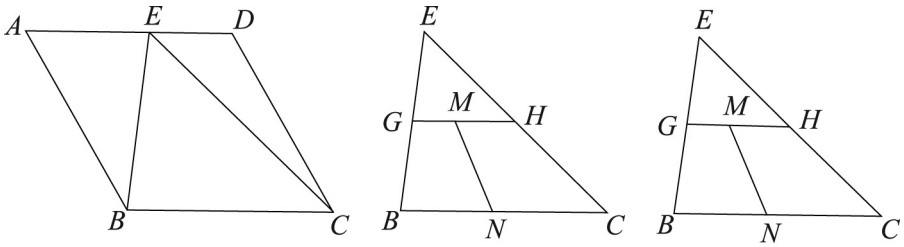


图1　　图2　　图3

第一步：如图 1，在线段 AD 上任意取一点 E，沿 EB，EC 剪下一个三角形纸片 EBC(余下部分不再使用)；

第二步：如图 2，沿三角形 EBC 的中位线 GH 将纸片剪成两部分，并在线段 GH 上任意取一点 M，线段 BC 上任意取一点 N，沿 MN 将梯形纸片 $GBCH$ 剪成两部分；

第三步：如图 3，将 MN 左侧纸片绕 G 点按顺时针方向旋转 180°，使线段 GB 与 GE 重合，将 MN 右侧纸片绕 H 点按逆时针方向旋转 180°，使线段 HC 与 HE 重合，再与三角形纸片 EGH 拼成一个与三角形纸片 EBC 面积相等的四边形纸片．

(注：裁剪和拼图过程均无缝且不重叠)

（1）请你在图 3 中画出拼接成的四边形；

（2）直接写出拼成的四边形纸片周长的最小值为_____cm，最大值为_____cm．

【石景山】

22．问题解决：

已知：如图，D 为 AB 上一动点，分别过点 A、B 作 $CA\perp AB$ 于点 A，$EB\perp AB$ 于点 B，联结 CD、DE．

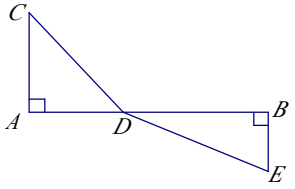
（1）请问：点 D 满足什么条件时，$CD+DE$ 的值最小？

（2）若 $AB=8$，$AC=4$，$BE=2$，设 $AD=x$．用含 x 的代数式表示 $CD+DE$ 的长（直接写出结果）．

拓展应用：

参考上述问题解决的方法，请构造图形，

并求出代数式 $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(4-x)^2+4}$ 的最小值．



【顺义】

22．如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=CD$，E、F 分别是 BC、AD 的中点，连结 EF 并延长，分别与 BA、CD 的延长线交于点 M、N，则 $\angle BME=\angle CNE$（不需证明）．

小明的思路是：在图 1 中，连结 BD，取 BD 的中点 H，连结 HE、HF，根据三角形中位线定理和平行线性质，可证得 $\angle BME=\angle CNE$．

问题：如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，$AC>AB$，D 点在 AC 上，$AB=CD$，E、F 分别是 BC、AD 的中点，连结 EF 并延长，与 BA 的延长线交于点 G，若 $\angle EFC=60°$，连结 GD，判断 $\triangle AGD$ 的形状并证明．

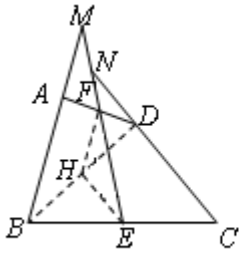


图 1

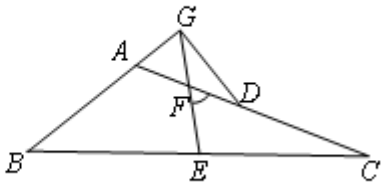


图 2

智康1对1 jiajiaoban.com
www.jiajiaoban.com

【题目扩展】2012 年

【海淀一模】

22、阅读下面材料：

小明遇到这样一个问题：如图 1：$\triangle ABO$ 和 $\triangle CDO$ 均为等腰直角三角形，$\angle AOB=\angle COD=90°$.若 $\triangle BOC$ 的面积为 1，试求以 AD、BC、$OC+OD$ 的长度为三边长的三角形的面积.

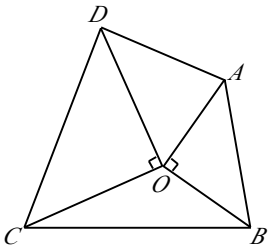


图 1

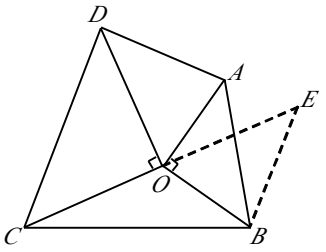


图 2

小明是这样思考的：要解决这个问题，首先应想办法移动这些分散的线段，构造一个三角形，再计算其面积即可. 他利用图形变换解决了这个问题，其解题思路是延长 CO 到 E，使得 $OE=CO$，连接 BE，可证 $\triangle OBE\cong\triangle OAD$，从而得到的 $\triangle OBE$ 即是以 AD、BC、$OC+OD$ 的长度为三边长的三角形（如图 2）.

请你回答：图 2 中 $\triangle OBE$ 的面积等于_____.

请你尝试用平移、旋转、翻折的方法，解决下列问题：

如图 3，已知 $\triangle ABC$，分别以 AB、AC、BC 为边向外作正方形 $ABDE$、$AGFC$、$BCHI$，连接 EG、FH、ID.

（1）在图 3 中利用图形变换画出并指明以 EG、FH、ID 的长度为三边长的一个三角形（保留作图痕迹）；

（2）若 $\triangle ABC$ 的面积为 1，则以 EG、FH、ID 的长度为三边长的三角形的面积等于_____.

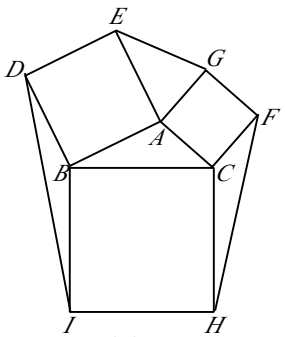


图 3

【海淀二模】

22．阅读下面材料：

小明遇到这样一个问题：

我们定义：**如果一个图形绕着某定点旋转一定的角度α (0° <α <360°) 后所得的图形与原图形重合，则称此图形是旋转对称图形.** 如等边三角形就是一个旋转角为 120°的旋转对称图形. 如图 1，点 O 是等边三角形 $\triangle ABC$ 的中心, D、E、F 分别为 AB、BC、 CA 的中点, 请你将 $\triangle ABC$ 分割并拼补成一个与 $\triangle ABC$ 面积相等的新的旋转对称图形.

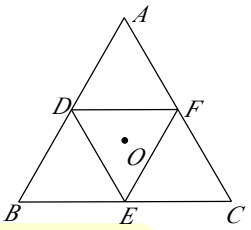


图 1

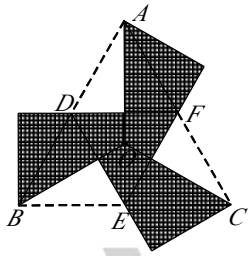


图 2

小明利用旋转解决了这个问题，图 2 中阴影部分所示的图形即是与 $\triangle ABC$ 面积相等的新的旋转对称图形.

请你参考小明同学解决问题的方法，利用图形变换解决下列问题：

如图 3，在等边$\triangle ABC$ 中, E_1、E_2、E_3 分别为 AB、BC、CA 的中点，P_1、P_2， M_1、M_2， N_1、N_2 分别为 AB、BC、CA 的三等分点.

（1）在图 3 中画出一个和$\triangle ABC$ 面积相等的新的旋转对称图形，并用阴影表示（保留画图痕迹）；

（2）若$\triangle ABC$ 的面积为 a，则图 3 中$\triangle FGH$ 的面积为_____.

智康1对1 www.jiajiaoban.com

【西城一模】

22. 阅读下列材料：

问题：如图 1，在正方形 $ABCD$ 内有一点 P，$PA=\sqrt{5}$，$PB=\sqrt{2}$，$PC=1$，求 $\angle BPC$ 的度数．

小明同学的想法是：已知条件比较分散，可以通过旋转变换将分散的已知条件集中在一起，于是他将 $\triangle BPC$ 绕点 B 逆时针旋转 90°，得到了 $\triangle BP'A$（如图 2），然后连结 PP'．

请你参考小明同学的思路，解决下列问题：

(1) 图 2 中 $\angle BPC$ 的度数为_____；

(2) 如图 3，若在正六边形 $ABCDEF$ 内有一点 P，且 $PA=2\sqrt{13}$，$PB=4$，$PC=2$，则 $\angle BPC$ 的度数为_____，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为_____．

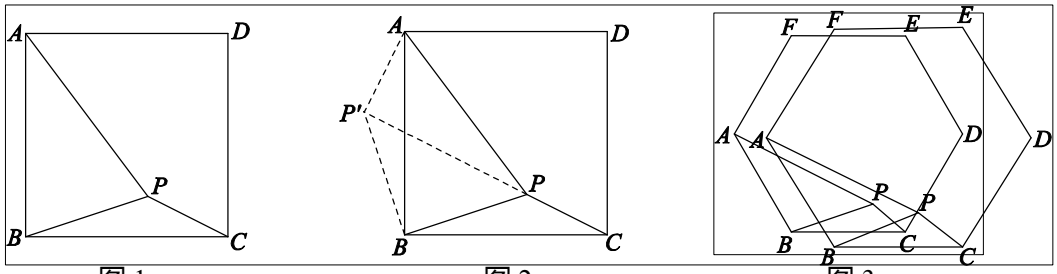


图 1　　图 2　　图 3

【西城二模】

22. 阅读下列材料

小华在学习中发现如下结论：

如图 1，点 A，A_1，A_2 在直线 l 上，当直线 $l \parallel BC$ 时，

$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta A_1BC}=S_{\Delta A_2BC}$.

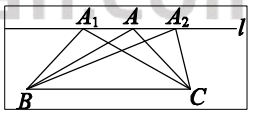


图 1

请你参考小华的学习经验画图(保留画图痕迹)：

(1)如图 2，已知 $\triangle ABC$，画出一个等腰 $\triangle DBC$，使其面积与 $\triangle ABC$ 面积相等；

(2)如图 3，已知 $\triangle ABC$，画出两个 Rt$\triangle DBC$，使其面积与 $\triangle ABC$ 面积相等(要求：所画的两个三角形不全等)；

(3)如图 4，已知等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，画出一个四边形 $ABDE$，使其面积与 $\triangle ABC$ 面积相等，且一组对边 $DE=AB$，另一组对边 $BD\neq AE$，对角 $\angle E=\angle B$.

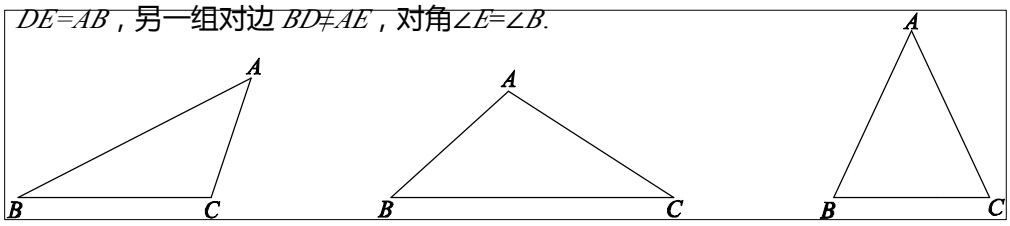


图 2　　图 3　　图 4

智康1对1
jiajiaoban.com

【四年真题】

【2009 年 第 22 题】

22.阅读下列材料：

小明遇到一个问题：5 个同样大小的正方形纸片排列形式如图 1 所示 将它们分割后拼接成一个新的正方形.他的做法是：按图 2 所示的方法分割后，将三角形纸片①绕 AB 的中点 O 旋转至三角形纸片②处，依此方法继续操作，即可拼接成一个新的正方形 DEFG.请你参考小明的做法解决下列问题：

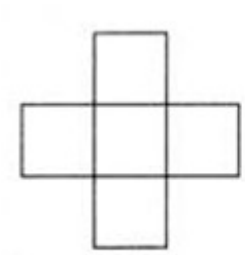


图 1

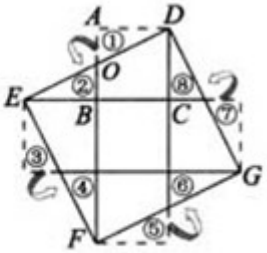


图 2

（1）现有 5 个形状、大小相同的矩形纸片，排列形式如图 3 所示.请将其分割后拼接成一个平行四边形.要求 :在图 3 中画出并 指明拼接成的平行四边形（画出一个符合条件的平行四边形即可）;

（2）如图 4，在面积为 2 的平行四边形 ABCD 中，点 E、F、G、H 分别是边 AB、BC、CD、DA 的中点，分别连结 AF、BG、CH、DE 得到一个新的平行四边形 MNPQ 请在图 4 中探究平行四边形 MNPQ 面积的大小（画图并直接写出结果）.

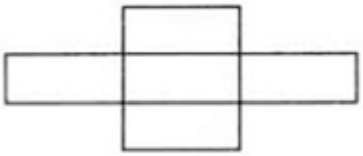


图 3

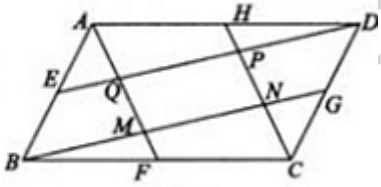
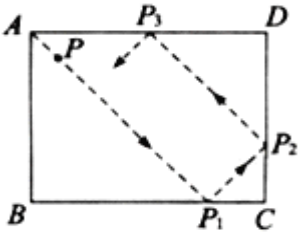


图 4

【2010 年 第 22 题】

22、阅读下列材料：

小贝遇到一个有趣的问题：在矩形 $ABCD$ 中，AD=8cm，BA=6cm.现有一动点 P 按下列方式在矩形内运动：它从 A 点出发，沿着与 AB 边夹角为 45°的方向作直线运动，每次碰到矩形的一边，就会改变运动方向，沿着与这条边夹角为 45°的方向作直线运动，并且它一直按照这种方式不停地运动，即当 P 点碰到 BC 边，沿着与 BC 边夹角为 45°的方向作直线运动，当 P 点碰到 CD 边，再沿着与 CD 边夹角为 45°的方向作直线运动，…，如图 1 所示，问 P 点第一次与 D 点重合前与边相碰几次，P 点第一次与 D 点重合时所经过的路径总长是多少.

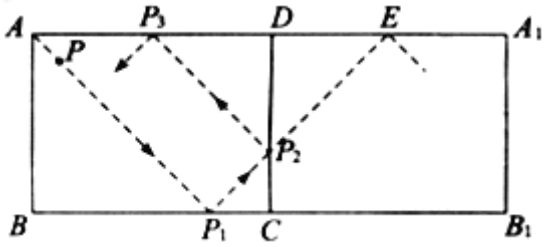


小贝的思考是这样开始的：如图 2，将矩形 $ABCD$ 沿直线 CD 折叠，得到矩形 A_1B_1CD.由轴对称的知识，发现 $P_2P_3=P_2E$，$P_1A=P_1E$.

请你参考小贝的思路解决下列问题：

（1）P 点第一次与 D 点重合前与边相碰_____次；P 点从 A 点出发到第一次与 D 点重合时所经过的路径的总长是_____cm；

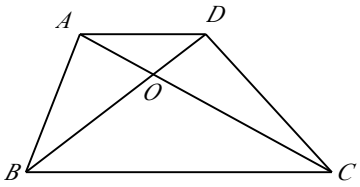
（2）进一步探究：改变矩形 $ABCD$ 中 AD、AB 的长，且满足 $AD>AB$，动点 P 从 A 点出发，按照阅读材料中动点的运动方式，并满足前后连续两次与边相碰的位置在矩形 $ABCD$ 相邻的两边上，若 P 点第一次与 B 点重合前与边相碰 7 次，则 AB：AD 的值为_____.



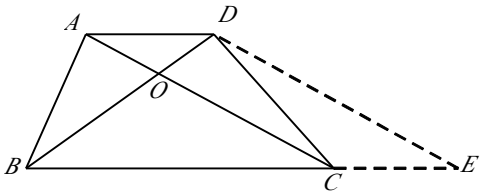
【2011年 第22题】

22．阅读下面材料：

小伟遇到这样一个问题：如图1，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，对角线 AC、BD 相交于点 O．若梯形 $ABCD$ 的面积为1，试求以 AC、BD、$AD+BC$ 的长度为三边长的三角形的面积．



1



2

小伟是这样思考的：要想解决这个问题，首先应想办法移动这些分散的线段，构造一个三角形，再计算其面积即可，他先后尝试了翻折、旋转、平移的方法，发现通过平移可以解决这个问题．他的方法是过点 D 作 AC 的平行线交 BC 的延长线于点 E，得到的 $\triangle BDE$ 即是以 AC、BD、$AD+BC$ 的长度为三边长的三角形（如图2）．

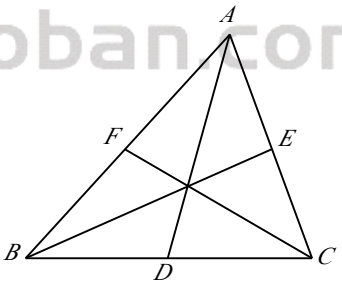
请你回答：图2中 $\triangle BDE$ 的面积等于_____．

参考小伟同学思考问题的方法，解决下列问题：

如图3，$\triangle ABC$ 的三条中线分别为 AD、BE、CF．

(1) 在图3中利用图形变换画出并指明以 AD、BE、CF 的长度为三边长的一个三角形（保留画图痕迹）；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为1，则以 AD、BE、CF 的长度为三边长的三角形的面积等于_____．



3

www.jiajiaoban.com

【2012 年 第 22 题】

22．操作与探究：

（1）对数轴上的点 P 进行如下操作：先把点 P 表示的数乘以 $\frac{1}{3}$，再把所得数对应的点向右平移 1 个单位，得到点 P 的对应点 P'．点 A，B 在数轴上，对线段 AB 上的每个点进行上述操作后得到线段 $A'B'$，其中点 A，B 的对应点分别为 A'，B'．如图 1，若点 A 表示的数是 -3，则点 A' 表示的数是_____；若点 B' 表示的数是 2，则点 B 表示的数是_____；已知线段 AB 上的点 E 经过上述操作后得到的对应点 E' 与点 E 重合，则点 E 表示的数是_____；

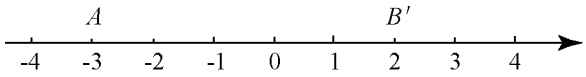
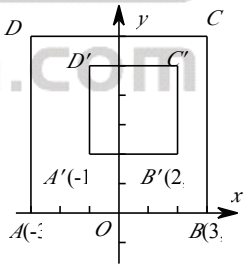


图1

（2）如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，对正方形 $ABCD$ 及其内部的每个点进行如下操作：把每 个点的横、纵坐标都乘以同一种实数 a，将得到的点先向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位（$m>0$，$n>0$），得到正方形 $A'B'C'D'$ 及其内部的点，其中点 A，B 的对应点分别为 A'，B'。已知正方形 $ABCD$ 内部的一个点 F 经过上述操作后得到的对应点 F' 与点 F 重合，求点 F 的坐标。



智康1对1 www.jiajiaoban.com

Part C 第 22 题 小结

智康1对1 www.jiajiaoban.com

智康1对1
jiajiaoban.com